

CAPÍTULO 5

FÓRMULA DE LA RAÍZ CUADRADA

5.1 DEDUCCIÓN DE LA FÓRMULA DE LA RAÍZ CUADRADA

Si $y = \sqrt{u}$, para derivarla debe hacerse primero $y = u^{1/2}$ y entonces emplear la fórmula de la potencia u^n . Haciéndolo se llega a que

$$y = u^{1/2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} u^{\frac{1}{2}-1} \frac{d}{dx} u$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} u^{-1/2} \frac{d}{dx} u$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2u^{1/2}} \frac{d}{dx}u$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{d}{dx}u}{2\sqrt{u}}$$

o bien, como $y = \sqrt{u}$, entonces

$$\frac{d}{dx}\sqrt{u} = \frac{\frac{d}{dx}u}{2\sqrt{u}}$$

*La derivada de una raíz **cuadrada** es una fracción cuyo numerador es la derivada del subradical (lo que está adentro del radical) y en el denominador dos veces el radical original.*

Debe tenerse cuidado de que esta fórmula solamente puede emplearse para **raíces cuadradas**, no para raíces cúbicas o de otro orden, y además que la raíz cuadrada esté en el numerador.

Ejemplo 1: Derivar $y = \sqrt{x^2 - 3x + 7}$

Solución: Empleando la fórmula anterior, colocando en el numerador la derivada de $x^2 - 3x + 7$ (la derivada del subradical), que es $2x - 3$, y en el denominador dos veces el radical original, se obtiene la derivada en un solo paso:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x - 3}{2\sqrt{x^2 - 3x + 7}}$$

Ejemplo 2: Derivar $y = \sqrt{3x^2 + 5x - 2}$

Solución: Siguiendo la regla de la derivada de una raíz cuadrada, el numerador es la derivada del subradical (lo que está adentro del radical), en este caso la derivada de $3x^2 + 5x - 2$ que es $6x + 5$, y en el denominador dos veces el radical original. De manera que

$$\frac{dy}{dx} = \frac{6x + 5}{2\sqrt{3x^2 + 5x - 2}}$$

Ejemplo 3: Derivar $y = \sqrt{x + 13}$

Solución: La derivada es una fracción cuyo numerador es la derivada del subradical (lo que está adentro de «la casita»), es decir la derivada de $x + 13$ que es 1; mientras que en el denominador se pone dos veces el radical original. Por lo tanto:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x + 13}}$$

EJERCICIO 5.1

Hallar la derivada de las siguientes funciones:

1) $y = \sqrt{9x^2 - 7}$

3) $y = \sqrt{7 - 4x}$

5) $y = \sqrt{6 - 2x - 3x^7}$

7) $y = \sqrt{19x^5 + 19x}$

9) $y = \sqrt{1 - x}$

11) $y = 6\sqrt{5x} - \sqrt{5}$

13) $y = \sqrt{(x^3 - 10x^2 - x - 7)^9}$

15) $y = \frac{3\sqrt{(3 - 7x - 8x^3)^5}}{10}$

2) $y = \sqrt{2x^4 - x - 11}$

4) $y = 11\sqrt{5x - x^7}$

6) $y = \sqrt{x - x^4}$

8) $y = 9\sqrt{9x + 9}$

10) $y = \sqrt{2 - x^2}$

12) $y = \frac{\sqrt{4x^2 - 11}}{4}$

14) $y = \frac{3\sqrt{11 - 5x}}{15}$